

۱ درست یا نادرست بودن هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف) اگر A و B دو پیشامد ناتهی و ناسازگار از یک فضای نمونه‌ای باشند، آنگاه A و B مستقل از یکدیگرند.

۲ عددی به تصادف از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه عدد انتخابی بر ۳ بخش‌پذیر باشد ولی بر ۴ بخش‌پذیر نباشد، را محاسبه کنید.

۳ یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد اول، چهار برابر احتمال وقوع هر عدد غیر اول است. در پرتاب این تاس، احتمال اینکه عدد زوج مشاهده شود را به دست آورید.

۴ فرض کنید A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(B) \neq 0$ ثابت کنید:

$$P(A'|B) = 1 - P(A|B)$$

۱

۵ یک تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر زوج آمد دوباره تاس می‌ریزیم و اگر فرد آمد دو بار سکه پرتاب می‌کنیم. نمودار درختی فضای نمونه‌ای را رسم کنید. پیشامد آن را بنویسید که سکه ۲ بار پشت بیاید.

۱

۶ با حروف « $Flower$ » و بدون تکرار حروف، کلمات ۶ حرفی نوشته‌ایم. چقدر احتمال دارد:

الف) در این کلمات حروف F و w کنار هم باشند؟

۰.۵

ب) انتهای کلمات شامل wer باشد؟

۰.۵

پ) اول کلمات با F شروع و به e ختم شوند؟

۰.۵

۷ در جدول زیر، آمار دانشجویان پسر (B) و دختر (G) برحسب رشته پزشکی (D) و مهندسی (E) داده شده است. حاصل $P(B|E) + P(D|G)$ را بیابید.

	D	E
G	۶۰	۲۰
B	۲۰	۹۰

۱

۸ لغت «سختی» یا «شدت» را آمریکایی‌ها به صورت $rigor$ و انگلیسی‌ها به صورت $rigour$ می‌نویسند. مردی که در یک هتل اقامت دارد این لغت را می‌نویسد. یکی از حروف آن را به تصادف انتخاب کرده و مشاهده می‌کنیم که حرف صدادار است. اگر ۴۰٪ افراد ساکن هتل، انگلیسی و ۶۰ درصد آمریکایی باشند، احتمال اینکه نویسنده انگلیسی باشد چقدر است؟

۱

۹ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف اگر A و B دو پیشامد دل‌خواه از فضای نمونه‌ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$ باشد، A و B را می‌نامند.

۰.۵

۱۰ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

۱

۱۱ دروازه‌بان یک تیم فوتبال، اگر روحیه خوبی داشته باشد، با احتمال ۶۰ درصد و اگر روحیه بدی داشته باشد، با احتمال ۳۰ درصد ضربه پناالتی را مهار می‌کند. پیش از اولین ضربه پناالتی، روحیه این دروازه‌بان خوب است. احتمال آن را به دست آوردید که این دروازه‌بان در سه پناالتی اول، دوم و سوم دقیقاً دو ضربه آخر را مهار کند. (با مهار هر پناالتی، روحیه دروازه‌بان خوب و در غیر این صورت بد می‌شود).

۱

۱۲ در مدرسه‌ای ۶۰ درصد دانش‌آموزان در رشته تجربی و ۴۰ درصد دانش‌آموزان در رشته ریاضی تحصیل می‌کنند. در این مدرسه $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان رشته تجربی و $\frac{1}{4}$ دانش‌آموزان رشته ریاضی، معدل بالای ۱۸ کسب کرده‌اند. دانش‌آموزی به تصادف از این مدرسه انتخاب شده و معدل او بالای ۱۸ است. احتمال آنکه این فرد، دانش‌آموز رشته تجربی باشد را به دست آورید.

۱۳ در پرتاب دو تاس، فرض کنید A پیشامد مشاهده عدد ۵ در تاس اول و B پیشامد مجموع ۹ در برآمدهای دو تاس باشد. مستقل بودن یا نبودن پیشامدهای A و B را بررسی کنید.

۱

۱۴ خانم‌ها اکبری، برنا، چمنی، نسخه‌خوان‌های یک مؤسسه انتشاراتی‌اند که به ترتیب ۲۰، ۳۰ و ۵۰ درصد از کارهای نسخه‌خوانی را انجام می‌دهند. احتمال اینکه این سه نفر صفحه‌ای که به آنها سپرده می‌شود را بدون غلط انجام دهند به ترتیب $\frac{۹}{۱۰}$ ، $\frac{۹۵}{۱۰۰}$ و $\frac{۹۹}{۱۰۰}$ است. صفحه‌ای نسخه‌خوانی شده، ولی هنوز غلط دارد. احتمال اینکه مسئول خواندن آن صفحه خانم اکبری بوده باشد چقدر است؟

۱

- ۱۵ یک شرکت بیمه، بیمه‌گذاران خود را به دو دسته تقسیم کرده است؛ گروه «پرخطر» که در یک سال با احتمال $\frac{4}{5}$ تصادف می‌کنند و گروه «کم‌خطر» که احتمال تصادف کردن آنها در یک سال $\frac{2}{5}$ است. می‌دانیم که ۳۰ درصد بیمه‌گذاران پرخطرند. الف) احتمال اینکه یک بیمه‌گذار در سال آینده تصادف کند را به دست آورید. ب) اگر یک بیمه‌گذار در سال گذشته تصادف کرده باشد. احتمال اینکه جزء گروه پرخطر باشد چقدر است؟

۱

- ۱۶ قانون ضرب احتمال برای سه پیشامد را ثابت کنید:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2))$$

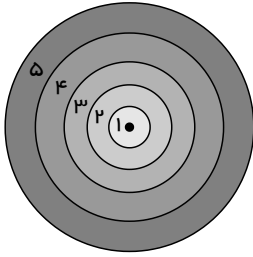
۱

- ۱۷ در یک جعبه که شامل ۳ مهره قرمز، ۲ مهره آبی و ۱ مهره زرد است، دو مهره به تصادف و با جای‌گذاری بیرون می‌آوریم. مطلوب است احتمال آنکه:

- الف) هر دو مهره قرمز باشند.
ب) حداقل یک مهره آبی باشد.
پ) هر دو مهره هم‌رنگ باشند.

۱

- ۱۸ در پرتاب یک دارت به یک صفحه دایره‌ای شکل، مطابق شکل روبه‌رو که به پنج ناحیه مجزا تقسیم شده است، فرض کنید احتمال اصابت دارت به ناحیه اول، x باشد. اگر احتمال اصابت به ناحیه k ام، $x(2k - 1)$ باشد:
- الف) احتمال اصابت دارت به هر ناحیه را به دست آورید.
- ب) احتمال اصابت دارت به یکی از ناحیه‌های اول، سوم یا چهارم بیشتر است، یا اصابت به دو ناحیه دوم یا پنجم؟



۱

- ۱۹ اگر B و C دو پیشامد ناسازگار باشند و $P(A|B) \leq P(A|C)$ کدام گزینه درست است؟

$P(A|B) \leq P(A|B \cup C) \leq P(A|C)$ [۲]

$P(A|B) \leq P(A|C) \leq P(A|B \cup C)$ [۱]

$P(A|B) < P(A|B \cup C) \leq P(A|C)$ [۴]

$P(A|B) \leq P(A|C) < P(A|B \cup C)$ [۳]

۱

- ۲۰ در یک تجربه تصادفی $S = \{x, y, z\}$ فضای نمونه‌ای است. اگر $P(x) = \frac{1}{4}$, $P(y) = \frac{1}{4}$, $P(z)$ یک دنباله هندسی با قدر نسبت کمتر از واحد تشکیل دهند، آنگاه بیشترین احتمال در بین این سه احتمال چقدر است؟

$\frac{5 + \sqrt{3}}{8}$ [۴]

$\frac{3 + \sqrt{5}}{8}$ [۳]

$2 - \sqrt{2}$ [۲]

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ [۱]

۱

